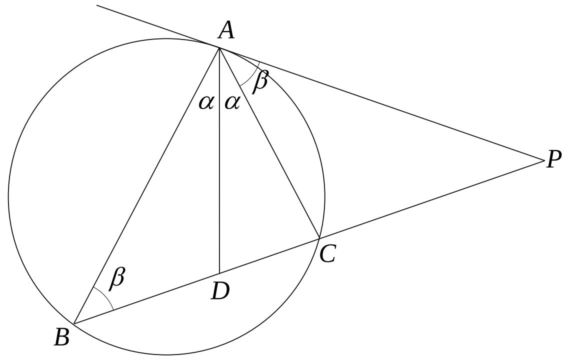
1961年京大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通



$\angle BAD = \angle CAD = \alpha$ とする。

$AB > AC$ となるように、2点 B, C をとる。

接弦定理により、$\angle ABC = \angle CAP = \beta$ が成り立っている。

$\angle PDA = \angle DBA + \angle DAB = \alpha + \beta$

$\angle PAD = \alpha + \beta$ であるから　$\therefore \angle PAD = \angle PDA$

$\triangle PAD$ は二等辺三角形であり、$PA = PD$ である。

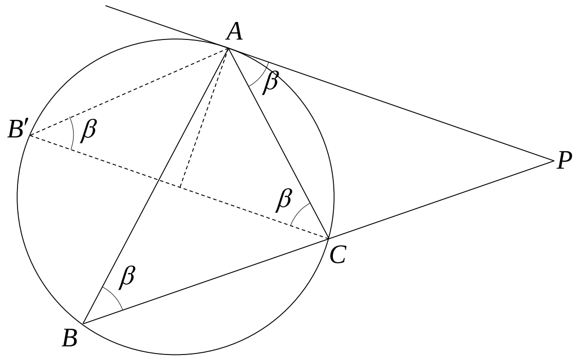
これは、α や2点 B, C のとり方に関わらず成立する。

AD は定線分であるから、点 P は AD の垂直二等分線上にある。すなわち、定直線上にある。(証明終)

$AB < AC$ としても、同様に $PA = PD$ が示される。

(注)

上図において、$\angle ABC = \angle CAP$ であることは、以下のように示せる。



$B'C$ が AP と平行になるように、B' をとる。

円周角の定理により　$\angle ABC = \angle AB'C$

$\triangle AB'C$ は二等辺三角形であるから　$\angle AB'C = \angle ACB'$

$B'C$ は AP と平行であるから　$\angle ACB' = \angle CAP$

以上により　$\therefore \angle ABC = \angle CAP$

座標を置いて解くこともできるが、計算が大変である。