1964年京大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

3つの3次式は、$(x+3)P(x), (x+3)Q(x), (x+3)R(x)$と書ける。
ここで、$P(x), Q(x), R(x)$は、x^2の係数が1であり、共通因数を持たない2次式である。

$x^5+x^4-41x^3-33x^2+180x-108=(x+3)(x-1)^2(x+6)(x-6)$であるから、$P(x), Q(x), R(x)$の最小公倍数は、$(x-1)^2(x+6)(x-6)$である。
$P(x), Q(x), R(x)$のうち、少なくとも1つは$(x-1)^2$でなければならない。
残り2つは、$(x+6)(x-6), (x-1)(x+6)$または$(x+6)(x-6), (x-1)(x-6)$であるから、求める3式は

$$\begin{cases}(x+3)(x-1)^2\\(x+3)(x-1)(x+6)\\(x+3)(x+6)(x-6)\end{cases}\quad\text{および}\quad\begin{cases}(x+3)(x-1)^2\\(x+3)(x-1)(x-6)\\(x+3)(x+6)(x-6)\end{cases}\quad\cdots\cdots(答)$$