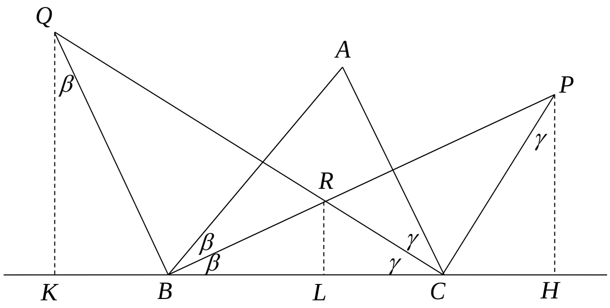
1965 年京大文 $\boxed{5}$



$\angle B=2\beta,\ \angle C=2\gamma$ とする。

BP と CQ の交点を R 、 R から BC に下ろした垂線の足を L とする。

$\angle B=2\beta$ より、$\angle B$ の外角は $\pi-2\beta$ であるから、

$\angle RBA=\beta,\ \angle QBA=\dfrac{\pi}{2}-\beta$ であり、$\angle RBQ=\dfrac{\pi}{2}$ である。

同様に、 $\angle RCP=\dfrac{\pi}{2}$ であり、$\angle CRP=\angle BRQ$ であるから　$\triangle BRQ \backsim \triangle CRP$

$\angle KBQ=\dfrac{\pi}{2}-\beta$ であるから　$\angle BQK=\beta$　同様に　$\angle CPH=\gamma$

$RL=RB\sin\beta=RC\sin\gamma$ であるから

$$KB=BQ\sin\beta=\frac{BQ}{RB}\cdot RB\sin\beta=\frac{BQ}{RB}\cdot RL \qquad CH=CP\sin\gamma=\frac{CP}{RC}\cdot RC\sin\gamma=\frac{CP}{RC}\cdot RL$$

$\triangle BRQ \backsim \triangle CRP$ より　$RB:RC=BQ:CP$　$RC\cdot BQ=RB\cdot CP$　$\therefore \dfrac{BQ}{RB}=\dfrac{CP}{RC}$

したがって、 $KB=CH$ が示された。（証明終）