

1967 年京大文 ③

$y = x^2$  上の点  $(t, t^2)$  における接線を考える。  $y' = 2x$  であるから、接線の方程式は  $y = 2t(x - t) + t^2 = 2tx - t^2$   
これが点  $(a, b)$  を通るとき  $b = 2ta - t^2 \quad t^2 - 2at + b = 0$  ——①

①を  $t$  に関する 2 次方程式と見れば、①の実数解の個数が、点  $(a, b)$  から  $y = x^2$  に引ける接線の本数である。

$D/4 = a^2 - b$  であるから

$D/4 = a^2 - b < 0$ 、 $b > a^2$  のとき、①の実数解は 0 個。

$D/4 = a^2 - b = 0$ 、 $b = a^2$  のとき、①の実数解は 1 個。

$D/4 = a^2 - b > 0$ 、 $b < a^2$  のとき、①の実数解は 2 個。

以上により  $b > a^2$  のとき 0 本、 $b = a^2$  のとき 1 本、 $b < a^2$  のとき 2 本 …… (答)