1968年京大理$\boxed{3}$文$\boxed{3}$共通

(1)

条件により、$0 \leqq x^2 \leqq l$ であるから、$0 \leqq l$ でなければならない。

次に、$0 \leqq x \leqq l$ の範囲で考えると、$0 \leqq x^2 \leqq l^2$ であり、x^2 が S に属するには

$l^2 \leqq l \quad l^2 - l = l(l-1) \leqq 0 \quad \therefore 0 \leqq l \leqq 1$ （証明終）

(2)

$m > 0$ のとき　$0 < m \leqq l \leqq 1$ であるから　$0 < m^2 \leqq 1$

$x = m$ のとき、$x^2 = m^2$ が S に属するには　$m \leqq m^2 \quad m^2 - m = m(m-1) \geqq 0 \quad \therefore m \geqq 1$

$m \leqq 1$ であるから、$m > 0$ であるような m は、$m = 1$ に限られる。

$m \leqq 0$ のとき　$m \leqq 0 \leqq m^2$ であるから、$m \leqq m^2$ を満たす。

以上により、$m = 1$ または $m \leqq 0$ が示された。（証明終）

(3)

$m = 1$ のとき、$m \leqq l \leqq 1$ より $l = 1$ であるから、S は $x = 1$ のみを要素とする集合である。……(答)

(4)

$m \neq 1$ のとき、$m \leqq 0$ である。$x = m$ のとき、$x^2 = m^2$ が S に属するには　$0 \leqq m^2 \leqq l$

$l = 0$ のとき、$m^2 = 0$、$m = 0$ に限られる。

$0 < l \leqq 1$ のとき、$m^2 - l \leqq 0$ より $-\sqrt{l} \leqq m \leqq \sqrt{l}$ で、$m \leqq 0$ より　$\therefore -\sqrt{l} \leqq m \leqq 0$

以上により　$l = 0$ のとき $m = 0$、$0 < l \leqq 1$ のとき $-\sqrt{l} \leqq m \leqq 0$ ……(答)