1969年京大文 $\boxed{1}$

(3)÷(4)より　$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$

分母、分子を $\cos\alpha\cos\beta$ で割れば　$\therefore \tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ ……(5)

(1)、(2)、(3)より　$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos(-\beta)+\cos\alpha\sin(-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

これより　$\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$ ――①

①において、$\alpha+\beta=A,\ \alpha-\beta=B$ とおくと　$\alpha=\dfrac{A+B}{2},\ \beta=\dfrac{A-B}{2}$

①に代入して　$\therefore \sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ ……(6)

(1)、(2)、(4)より　$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos(-\beta)-\sin\alpha\sin(-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

これより　$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cos\beta$ ――②

②において、$\alpha+\beta=A,\ \alpha-\beta=B$ とおくと　$\alpha=\dfrac{A+B}{2},\ \beta=\dfrac{A-B}{2}$

②に代入して　$\therefore \cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ ……(7)