

1969 年京大文 [2]

円周部分の半径を r 、 $AD=BC=l$ とすると、このトラックの周囲は

$$2 \cdot \frac{22}{7} \cdot r + 2l = 2 \left(\frac{22}{7} r + l \right) = 400 \quad \frac{22}{7} r + l = 200 \quad \therefore l = 200 - \frac{22}{7} r$$

内部の面積は

$$\frac{22}{7} r^2 + 2rl = \frac{22}{7} r^2 + 2r \left(200 - \frac{22}{7} r \right) = -\frac{22}{7} r^2 + 400r = 7000 \quad 22r^2 - 2800r + 49000 = 0$$

$$11r^2 - 1400r + 24500 = 11r^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10^2 r + 5 \cdot 7^2 \cdot 10^2 = 0$$

$$r = \frac{700 \pm \sqrt{7^2 \cdot 10^4 - 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 10^2}}{11} = \frac{700 \pm 70 \sqrt{10^2 - 5 \cdot 11}}{11} = \frac{700 \pm 70 \sqrt{45}}{11} = \frac{70(10 \pm 3\sqrt{5})}{11}$$

ここで、 $l = 200 - \frac{22}{7} r > 0$ より、 $r < \frac{700}{11}$ であるから $\therefore r = \frac{70(10 - 3\sqrt{5})}{11}$

$AB = 2r$ であるから、 $AB = \frac{140(10 - 3\sqrt{5})}{11}$ (m) とすればよい。……(答)