

1969 年京大理 3

1つの命題「 A ならば B である」について、条件 A をみたすものが存在しないならば、この命題は真。その理由は、次の通りである。1つの命題と、その対偶とは互いに同値であるから、次の命題を考えればよい。

「 B でないならば、 A でない。」

この命題の結論「 A でない。」は真から、この命題は真。ゆえに、もとの命題「 A ならば B である」は真。

上のようなことが実際にあてはまる例を考えよう。次の命題を P と呼ぼう。

「 x, y が実数であって、 $x^2 + y^2 + 1 = 0$ であるならば、 $x = 0$ または $y = 0$ である。」

この P を、「 A ならば B である」の形にして考えると、

A は「 $x^2 + y^2 + 1 = 0$ である」であり、 B は「 $x = 0$ または $y = 0$ 」である。

A の否定は「 $x^2 + y^2 + 1 \neq 0$ である」であり、 B の否定は「 $x \neq 0$ かつ $y \neq 0$ 」である。

したがって、 P の逆、対偶は、それぞれ、次の通りである。

逆：「 $x = 0$ または $y = 0$ であるならば、 $x^2 + y^2 + 1 = 0$ である。」

対偶：「 $x \neq 0$ かつ $y \neq 0$ であるならば、 $x^2 + y^2 + 1 \neq 0$ である。」

P 、 P の逆、 P の対偶のうち、(イ)初めに述べた命題の例になっているものは P であり、(ロ)真であるものは P 、 P の対偶である。