

1969 年京大理 5

$$\vec{X} = \vec{A} + \vec{B}_k \text{ の大きさの平方は } |\vec{X}|^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}_k + |\vec{B}_k|^2 = a^2 + 1 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}_k$$

どの目が出る事象も、同様に確からしいから、 $|\vec{X}|^2$ の期待値は

$$\frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 (a^2 + 1 + 2\vec{A} \cdot \vec{B}_k) = \frac{1}{6} \cdot 6(a^2 + 1) + \frac{1}{3} \sum_{k=1}^6 \vec{A} \cdot \vec{B}_k = a^2 + 1 + \frac{1}{3} \vec{A} \cdot \sum_{k=1}^6 \vec{B}_k$$

$$\vec{B}_4 = -\vec{B}_1, \vec{B}_5 = -\vec{B}_2, \vec{B}_6 = -\vec{B}_3 \text{ であるから } \sum_{k=1}^6 \vec{B}_k = \vec{0} \quad \therefore \vec{A} \cdot \sum_{k=1}^6 \vec{B}_k = 0$$

求める期待値は $\therefore a^2 + 1 \dots\dots$ (答)