

1970 年京大文 ③

CA, AB の長さを、それぞれ b, c とする。

$\triangle ABC$ の面積を S とすると $2S = ah = bk = cl$ ①

また、円周角の定理より、 $\sin \angle BAC$ は一定である。

$S = \frac{1}{2}bc \sin \angle BAC$ より、 $\frac{2S}{bc} = \sin \angle BAC$ は一定。

①より、 $h = \frac{2S}{a}, k = \frac{2S}{b}, l = \frac{2S}{c}$ であるから $\frac{kl}{h} = \frac{a}{2S} \cdot \frac{4S^2}{bc} = a \cdot \frac{2S}{bc}$

a および $\frac{2S}{bc}$ は一定であるから、その積 $a \cdot \frac{2S}{bc}$ は一定であり、したがって $\frac{kl}{h}$ は一定である。(証明終)

※ A が定弦 BC から見てどちら側にあっても、 $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ であるから、 $\sin \angle BAC$ は一定である。

