1970年京大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

$n=2$のとき　$\left(\dfrac{2+1}{2}\right)^2=\dfrac{9}{4}>2$であるから、成立。

$n=k$のとき　$\left(\dfrac{k+1}{2}\right)^k>k!$と仮定する。

$$\left(\frac{k+2}{2}\right)^{k+1}=\left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{k+1}\left(\frac{k+1}{2}\right)^{k+1}>\left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{k+1}\frac{k+1}{2}\cdot k!=\frac{1}{2}\left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{k+1}(k+1)!$$

ここで

$$\left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{k+1}=\left(1+\frac{1}{k+1}\right)^{k+1}>{}_{k+1}C_{k+1}+{}_{k+1}C_k\frac{1}{k+1}=2$$

$$\therefore\left(\frac{k+2}{2}\right)^{k+1}>\frac{1}{2}\left(\frac{k+2}{k+1}\right)^{k+1}(k+1)!>\frac{1}{2}\cdot 2\cdot(k+1)!=(k+1)!$$

したがって、$n=k+1$でも成立。以上により示された。（証明終）