1971年京大理$\boxed{4}$文$\boxed{4}$共通

$y=\sqrt{|x^2-1|}$ より　$y^2=|x^2-1|$

$|x|\leqq 1$ のとき　$y^2=1-x^2$　$\therefore x^2+y^2=1$　$|x|\geqq 1$ のとき　$y^2=x^2-1$　$\therefore x^2-y^2=1$

曲線 $y=\sqrt{|x^2-1|}$ は、$|x|\leqq 1$ のとき、円 $x^2+y^2=1$ の $y\geqq 0$ の部分、$|x|\geqq 1$ のとき、双曲線 $x^2-y^2=1$ の $y\geqq 0$ の部分を、それぞれ表す。

$|x|\leqq 1$ のとき、$y\leqq 1$ であるから、$y=2$ のとき　$x^2-4=1$　$x^2=5$　$\therefore x=\pm\sqrt{5}$

右図より、求める体積は

$$\pi\cdot 2^2\cdot 2\sqrt{5}-2\pi\int_0^1(1-x^2)dx-2\pi\int_1^{\sqrt{5}}(x^2-1)dx$$

$$=8\sqrt{5}\pi-2\pi\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_0^1-2\pi\left[\frac{x^3}{3}-x\right]_1^{\sqrt{5}}$$

$$=8\sqrt{5}\pi-\frac{4}{3}\pi-2\pi\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}+\frac{2}{3}\right)$$

$$=\frac{20\sqrt{5}-8}{3}\pi\quad\cdots\cdots(答)$$