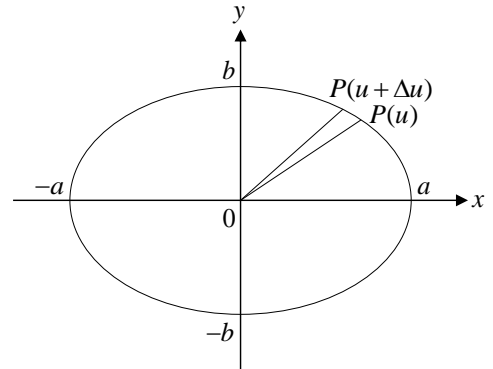


1972 年京大理 5

点 P が、 $P(u)(a \cos u, b \sin u)$ から $P(u + \Delta u)(a \cos(u + \Delta u), b \sin(u + \Delta u))$ まで動く間に、線分 OP が通過した部分の面積を、 ΔS とする。

Δu が十分小さいとき、 ΔS は、 $O, P(u), P(u + \Delta u)$ からなる三角形の面積に等しいとみなすことができるから

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{1}{2} |ab \cos u \sin(u + \Delta u) - ab \sin u \cos(u + \Delta u)| \\ &= \frac{1}{2} ab |\sin(u + \Delta u - u)| = \frac{1}{2} ab \sin \Delta u \end{aligned}$$



これより $\frac{dS}{du} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{1}{2} ab \frac{\sin \Delta u}{\Delta u} = \frac{1}{2} ab \quad dS = \frac{1}{2} ab du$

$u = 0$ のとき $S = 0$ であるから $\therefore S = \frac{1}{2} ab u \quad (0 \leq u < 2\pi)$ ———①

①の両辺を t で微分すると $\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} ab \frac{du}{dt} = 1 \quad \frac{du}{dt} = \frac{2}{ab} \quad du = \frac{2}{ab} dt$

$t = 0$ のとき $u = 0$ であるから $\therefore u = \frac{2}{ab} t \quad \dots\dots$ (答)

※媒介変数 u は、点 P の偏角ではないことに注意。

点 P の偏角を θ とすると、 $\tan \theta = \frac{b}{a} \tan u$ である。