

1972 年京大理 6

1 枚のカードを取り出すとき、いずれのカードについても、取り出す確率は  $\frac{1}{n}$  であるから

$$\therefore E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \cdot a_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

2 枚のカードを同時に取り出すとき、いずれの 2 枚のカードについても、取り出す確率は  $\frac{1}{{}_n C_2}$  であるから

$$F = \frac{1}{{}_n C_2} \{(a_1 + a_2) + (a_1 + a_3) + \cdots + (a_{n-1} + a_n)\} = \frac{2}{n(n-1)} \{(a_1 + a_2) + (a_1 + a_3) + \cdots + (a_{n-1} + a_n)\}$$

$\frac{n(n-1)}{2}$  組ある 2 数の組のうち、 $a_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) を含む組は、いずれの  $a_i$  についても  $n-1$  組であるから

$$\therefore F = \frac{2}{n(n-1)} \cdot (n-1)(a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n a_i \quad \therefore F = 2E \quad (\text{証明終})$$