

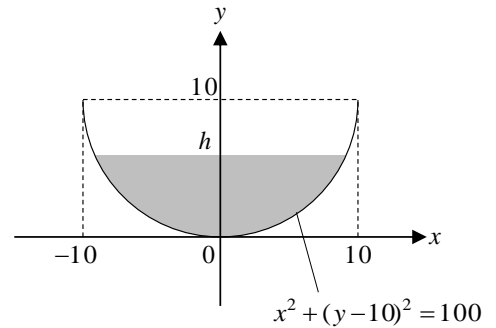
1974 年京大理 [2]

(i)

右図のように座標を設定する。水面の高さが  $h$  cm ( $0 \leq h \leq 10$ ) のとき、  
容器内の水の体積は

$$V = \pi \int_0^h \left\{ 100 - (y-10)^2 \right\} dy = \pi \left[ 100y - \frac{(y-10)^3}{3} \right]_0^h$$

$$= \pi \left\{ 100h - \frac{(h-10)^3}{3} - \frac{1000}{3} \right\} \quad (\text{cm}^3)$$



$t$  秒後の水面の高さは、 $h = 10 - vt$  で与えられるので、代入すると

$$V = \pi \left\{ 100(10 - vt) - \frac{(-vt)^3}{3} - \frac{1000}{3} \right\} = \pi \left( \frac{2000}{3} - 100vt + \frac{1}{3}v^3t^3 \right) \quad (\text{cm}^3)$$

$t$  秒間にくみ出す水の量は、最初に入っていた量から減った量であるから

$$\frac{2000}{3}\pi - V = \pi \left( 100vt - \frac{1}{3}v^3t^3 \right) \quad (\text{cm}^3) \quad \dots\dots (\text{答})$$

(ii)

(i) の結果を  $t$  で微分したものが、 $t$  秒後のくみ出す速さに等しいから

$$\therefore \pi(100v - v^3t^2) \quad (\text{cm}^3/\text{秒}) \quad \dots\dots (\text{答})$$