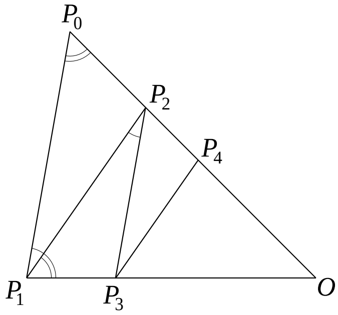
1974年京大理$\boxed{6}$文$\boxed{6}$共通

(i)

(ロ)より、$P_1, P_3, P_5, \cdots, P_{2n+1}, \cdots,$ は線分 P_1O 上の点であるから、O から遠ざかる方向に並ぶことはなく、
また O を越えて並ぶことはない。結局、$P_1, P_3, P_5, \cdots, P_{2n+1}, \cdots,$ は、n が大きくなるに従って、O に近づく。



この条件下で、(ハ)が成立する条件を考える。
$\triangle P_0P_1P_2 \backsim \triangle\triangle P_1P_2P_3$ が成立するとき
$\angle P_0P_1P_2 = \angle P_1P_2P_3$ であるから、$P_0P_1 \parallel P_2P_3$ である。
$\angle P_1P_0P_2 = \angle P_2P_1P_3$ であるから、$\angle P_0P_1P_2 = \angle OP_1P_0 - \angle OP_0P_1$ ととればよい。

以下順次、P_3 を通って P_1P_2 に平行な線分と OP_0 との交点を P_4 とし、
P_4 を通って P_2P_3 に平行な線分と OP_1 との交点を P_5 とし、
同様の作業を繰り返せば、すべての自然数について、$\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1} \backsim \triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$ が成立する。

このように最初の点 P_2 をとれる条件は、$\angle P_0P_1P_2 = \angle OP_1P_0 - \angle OP_0P_1 > 0$ である。
すなわち　$\therefore \angle OP_1P_0 > \angle OP_0P_1$ ……(答)

(ii)

隣接する三角形の面積比は、相似比の2乗であるから、
隣接する三角形の相似比が一定値 r であれば、この数列は、公比 r^2 の等比数列になる。
隣接する三角形、$\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1}$ と $\triangle P_nP_{n+1}P_{n+2}$ の相似比は、$\dfrac{P_nP_{n+1}}{P_{n-1}P_n}$ に等しい。
これは $\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1}$ の2辺の長さの比に一致し、すべての自然数について $\triangle P_{n-1}P_nP_{n+1}$ は相似であるから、
$\dfrac{P_nP_{n+1}}{P_{n-1}P_n}$ は一定である。
したがって、(イ)いつでも等比数列である。……(答)