1975 年京大理 $\boxed{4}$

座標平面上の原点 O を起点にした位置ベクトルを考えると

$$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OP})+(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OP})+(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OP})=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})-3\overrightarrow{OP}$$

$$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|=3\left|\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}-\overrightarrow{OP}\right|$$

$\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$ とすると、$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|=3\left|\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OP}\right|=3\left|\overrightarrow{PG}\right|$ であるから、

$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right|$ が最大になるのは、$\left|\overrightarrow{PG}\right|$ が最大になるときである。

すなわち、点 P が、$\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$ で表される点 G から、最も遠くなるときである。……(答)

(注)

問題文には、3 点 A, B, C が三角形をなすとは明記されていない。

点 G が $\triangle ABC$ の重心であるとは限らない。