1977年京大理$\boxed{2}$文$\boxed{2}$共通

$f(x)=x\left\{a-(1+a^4)x^2\right\}=0$ の正の解は、$x=\sqrt{\dfrac{a}{1+a^4}}$ であるから　$\therefore c=\sqrt{\dfrac{a}{1+a^4}}$

$$S_a=\int_0^c\left\{ax-(1+a^4)x^3\right\}dx=\left[\frac{a}{2}x^2-\frac{1+a^4}{4}x^4\right]_0^c=\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{1+a^4}-\frac{1+a^4}{4}\cdot\left(\frac{a}{1+a^4}\right)^2=\frac{a^2}{4(1+a^4)}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{a^2+\dfrac{1}{a^2}}$$

S_a の値が最大になるのは、$a^2+\dfrac{1}{a^2}$ が最小になるときである。

相加平均・相乗平均の関係より　$a^2+\dfrac{1}{a^2}\geqq 2\sqrt{a^2\cdot\dfrac{1}{a^2}}=2$　等号成立は　$a^2=\dfrac{1}{a^2}$　$a^4=1$　$\therefore a=1$

S_a の値を最大にする a は　$\therefore a=1$ ……(答)