1978 年京大理 $\boxed{5}$

（i）

$f(x)=0$ の 3 つの解を、$\alpha,\ \beta,\ \gamma$ とすると、解と係数の関係より

$\alpha+\beta+\gamma=-m$ ——① $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=n$ ——② $\alpha\beta\gamma=-2$ ——③

$\alpha \leqq \beta \leqq \gamma$ とすると、③より、$(\alpha,\ \beta,\ \gamma)=(-2,\ -1,\ -1),\ (-2,\ 1,\ 1),\ (-1,\ 1,\ 2)$ である。

①と②より $\therefore (m,\ n)=(4,\ 5),\ (0,\ -3),\ (-2,\ -1)$ ……（答）

（ii）

上記の①～③において、α が整数解であるとする。

すると、①より、$\beta+\gamma=-m-\alpha$ は、整数である。②より、$\beta\gamma=n-\alpha(\beta+\gamma)$ は、整数である。

α と $\beta\gamma$ が整数であるから、③より、α は -2 の約数でなければならない。

$f(x)=0$ が、$-2,\ -1,\ 1,\ 2$ のうち、少なくともいずれか 1 つを解に持つことが条件である。

$f(-2)=-8+4m-2n+2=0$ $n=2m-3$ $f(-1)=-1+m-n+2=0$ $n=m+1$

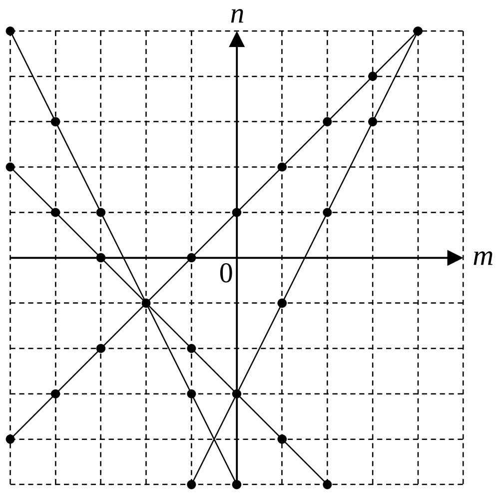
$f(1)=1+m+n+2=0$ $n=-m-3$ $f(2)=8+4m+2n+2=0$ $n=-2m-5$

求める条件は $n=2m-3$ または $n=m+1$ または $n=-m-3$ または $n=-2m-5$ ……（答）

（iii）

$|m| \leqq 5,\ |n| \leqq 5$ の範囲で、（ii）の条件を図示すると、右図の通り。

（ii）を満たす格子点をすべて数えると 26 通り ……（答）



※（iii）は、図を用いる方が、数え漏れがない。