

1980 年京大理 4

奇数が出たときを  $O$ 、偶数が出たときを  $E$  と表すことにする。

サイコロを 5 回ふることができない場合を考える。

$E \rightarrow E$  となったとき、2 回でゲームが終わる。確率は  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$O \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow E$  または  $E \rightarrow O \rightarrow E \rightarrow E$  となったとき、4 回でゲームが終わる。確率は  $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$

余事象により、サイコロを 5 回ふることができる確率は  $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$  …… (答)

サイコロを 5 回ふり、奇数が 2 回、偶数が 3 回出たとき、持ち点は 1 である。

ただし、下記の場合は不適。

$$E \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow O \quad E \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow E \rightarrow O \quad E \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow O \rightarrow E$$

$$E \rightarrow O \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow O \quad O \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow E \rightarrow O$$

持ち点が 1 になる確率は  $\frac{{}_5C_3 - 5}{2^5} - \frac{10 - 5}{32} = \frac{5}{32}$

サイコロを 5 回ふり、奇数が 3 回、偶数が 2 回出たとき、持ち点は 3 である。

ただし、 $E \rightarrow E \rightarrow O \rightarrow O \rightarrow O$  は不適。持ち点が 3 になる確率は  $\frac{{}_5C_2 - 1}{2^5} - \frac{10 - 1}{32} = \frac{9}{32}$

サイコロを 5 回ふり、奇数が 4 回、偶数が 1 回出たとき、持ち点は 5 である。

得点が 5 になる確率は  $\frac{{}_5C_1}{2^5} = \frac{5}{32}$

サイコロを 5 回ふり、奇数が 5 回出たとき、持ち点は 7 である。

得点が 7 になる確率は  $\frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

持ち点の期待値は  $\frac{1 \times 5 + 3 \times 9 + 5 \times 5 + 7 \times 1}{32} = \frac{5 + 27 + 25 + 7}{32} = \frac{64}{32} = 2$  …… (答)