1981 年京大理 $\boxed{5}$

$1 \leqq k \leqq N-1$ のとき　A 君が k 回でおみくじを引くのをやめる確率は　$p(k) = p(1-p)^{k-1}$

A 君が N 回おみくじを引くのは、$N-1$ 回目まで大吉が出ないときであるから　$p(N) = (1-p)^{N-1}$

$E = \sum_{k=1}^{N} kp(k) = p\sum_{k=1}^{N-1} k(1-p)^{k-1} + N(1-p)^{N-1}$ より

$$
\begin{aligned}
E-(1-p)E &= pE \\
&= p\left\{1+(1-p)+(1-p)^2+\cdots+(1-p)^{N-2}\right\}+N(1-p)^{N-1}-p(N-1)(1-p)^{N-1}-N(1-p)^N \\
&= p\frac{1-(1-p)^{N-1}}{1-(1-p)}+N(1-p)^{N-1}-pN(1-p)^{N-1}+p(1-p)^{N-1}-N(1-p)^N \\
&= 1-(1-p)^{N-1}+N(1-p)^N+p(1-p)^{N-1}-N(1-p)^N \\
&= 1-(1-p)^N
\end{aligned}
$$

$\therefore E = \dfrac{1-(1-p)^N}{p}$　（証明終）

$p = \dfrac{1}{5},\ N = 10$ のとき　$E = 5\left\{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{10}\right\} = 5\times(1-0.8^{10}) = 5\times(1-2^{30}\times 10^{-10})$

$2^{10} = 1024$ より　$2^{20} = 1024^2 = 1048576$　$2^{30} = 1048576\times 1024 = 1073741824$

$E = 5\times(1-0.1073741824)$ より

$5\times(1-0.108) < E < 5\times(1-0.107)$　$5\times 0.892 < E < 5\times 0.893$　$4.46 < E < 4.465$

したがって、E を小数第 2 位まで求めると　$\therefore E = 4.46$ ……（答）