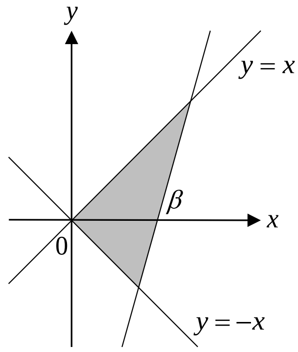
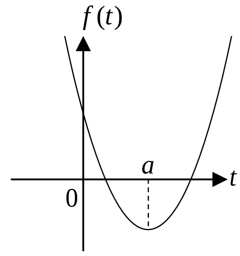
1982 年京大理 $\boxed{2}$



直線 $ay = 3(x-\beta)$ が、 $x > 0$ において、直線 $y = x,\ y = -x$ と交差し、
原点 (0, 0) が領域 $ay \geqq 3(x-\beta)$ に含まれることが条件である。

$ay = 3(x-\beta)$ は、 x 軸の正の部分と交差するから、 $\beta > 0$ である。
$\beta > 0$ のとき、 $ay \geqq 3(x-\beta)$ に $x = y = 0$ を代入すると、 $0 \geqq -3\beta$ となり、成立。
$t^2 - 2at + 3a - 2 = (t-a)^2 - a^2 + 3a - 2 = 0$ の実根が、いずれも正であればよい。

$f(t) = t^2 - 2at + 3a - 2$ とすると　$f(0) = 3a - 2 > 0$　$\therefore a > \dfrac{2}{3}$



このとき軸 $t = a$ は正であるから　$-a^2 + 3a - 2 \leqq 0$　$a^2 - 3a + 2 = (a-1)(a-2) \geqq 0$

$a > \dfrac{2}{3}$ と合わせて　$\therefore \dfrac{2}{3} < a \leqq 1,\ 2 \leqq a$ ――①

次に、 $ay = 3(x-\beta)$ が、 $y = x,\ y = -x$ と交差する条件を考える。

①より $a \neq 0$ であるから、 $y = \dfrac{3}{a}(x-\beta)$ であり、傾きは $\dfrac{3}{a}$ である。

正の傾きを考えればよいから、 $\dfrac{3}{a} > 1$ であればよく、 $a < 3$ である。

以上により、求める範囲は　$\therefore \dfrac{2}{3} < a \leqq 1,\ 2 \leqq a < 3$ ……(答)