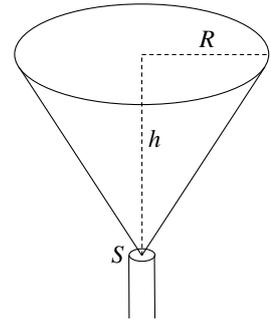


1983 年京大理 6

時刻 t における水面の高さを x としたとき、水面の半径は $\frac{xR}{h}$ であるから、

時刻 t における容器からの水の総流出量は

$$Q(t) = \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{3}\pi \frac{x^2 R^2}{h^2} \cdot x = \frac{1}{3}\pi R^2 \left(h - \frac{x^3}{h^2} \right)$$



x は時間 t の関数である。両辺を t で微分すると

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -\pi R^2 \cdot \frac{x^2}{h^2} \cdot \frac{dx}{dt} = Sv = Skx$$

$$-\pi R^2 \cdot \frac{x}{h^2} \cdot \frac{dx}{dt} = Sk \quad xdx = -\frac{Skh^2}{\pi R^2} dt \quad \frac{x^2}{2} = -\frac{Skh^2}{\pi R^2} t + C$$

$t=0$ において、 $x=h$ であるから $\therefore C = \frac{h^2}{2}$

したがって $\frac{x^2}{2} = \frac{h^2}{2} - \frac{Skh^2}{\pi R^2} t \quad x^2 = h^2 \left(1 - \frac{2Sk}{\pi R^2} t \right) \quad \therefore x(t) = h \sqrt{1 - \frac{2Sk}{\pi R^2} t} \dots\dots(\text{答})$