1987 年京大文 $\boxed{4}$

(1)

4 人がグー、チョキ、パーのいずれを出すかの組合せは、$3^4=81$通り。

1 回でゲームが決まるのは、

　i)1 人がグー、3 人がチョキ　ii)1 人がチョキ、3 人がパー　iii)1 人がパー、3 人がグー

のいずれかであるから　$\therefore p_1=\dfrac{3\times{}_4C_1}{81}=\dfrac{4}{27}$ ……(答)

2 回目の勝負が 2 人で行われるのは

　i)2 人がグー、2 人がチョキ　ii)2 人がチョキ、2 人がパー　iii)2 人がパー、2 人がグー

のいずれかであるから　$\therefore p_2=\dfrac{3\times{}_4C_2}{81}=\dfrac{2}{9}$ ……(答)

2 回目の勝負が 3 人で行われるのは

　i)3 人がグー、1 人がチョキ　ii)3 人がチョキ、1 人がパー　iii)3 人がパー、1 人がグー

のいずれかであるから　$\therefore p_3=\dfrac{3\times{}_4C_3}{81}=\dfrac{4}{27}$ ……(答)

余事象により　$\therefore p_4=1-p_1-p_2-p_3=1-\dfrac{4}{27}-\dfrac{2}{9}-\dfrac{4}{27}=\dfrac{13}{27}$ ……(答)

(2)

2 回目の勝負が 2 人で行われるとき、2 回で終了するには、あいこでなければよい。

余事象により、2 回目の勝負で終了する確率は　$1-\dfrac{3}{3^2}=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

2 回目の勝負が 3 人で行われるとき、2 回で終了するのは

　i)1 人がグー、2 人がチョキ　ii)1 人がチョキ、2 人がパー　iii)1 人がパー、2 人がグー

のいずれかであるから、2 回目の勝負で終了する確率は　$\dfrac{3\times{}_3C_1}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

2 回目の勝負が 4 人で行われるとき、2 回目の勝負で終了する確率は、p_1に等しい。

以上により

$$\therefore q=\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{3}+\frac{4}{27}\cdot\frac{1}{3}+\frac{13}{27}\cdot\frac{4}{27}=\frac{108+36+52}{729}=\frac{196}{729} \quad \cdots\cdots(答)$$