

1990 年京大文 [5]

(1)

$N=5$ のとき

$X=1$ となるのはサイコロの目が 1, 6 のときで、その他の X となる目は、それぞれ 1 通りしかない。

$$P(X=1) = \frac{1}{3}, P(X=0) = P(X=2) = P(X=3) = P(X=4) = \frac{1}{6}$$

次に、 $Y=2$ となる場合を考える。

$X=1$ ならば、サイコロの目が 1, 6 であればよく、 $X \neq 1$ ならば、 $Y=2$ となる目はそれぞれ 1 通りしかない。

すなわち、 $Y=2$ となる確率は、 $X=1$ のとき $\frac{1}{3}$ 、 $X \neq 1$ のとき $\frac{1}{6}$ であるから

$$P(X=1, Y=2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \quad P(X \neq 1, Y=2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$$

したがって、 $P(X=1, Y=2) \neq P(X=1)P(Y=2)$ であり、 X と Y は互いに独立ではない。

(2)

$N=6$ のとき

すべての X は、サイコロの目と一対一に対応しており、 $P(X=i) = \frac{1}{6}$ ($0 \leq i \leq 5$)

同様に、 X の値に関わらず、すべての Y はサイコロの目と一対一に対応するから、 $P(Y=j) = \frac{1}{6}$ ($0 \leq j \leq 5$)

したがって、 $P(X=i, Y=j) = P(X=i)P(Y=j)$ ($0 \leq i \leq 5, 0 \leq j \leq 5$) であり、 X と Y は互いに独立である。

※理系 [5] の (1) と共通。