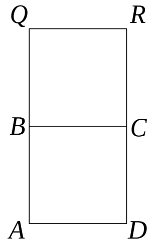
1992年京大後期理$\boxed{2}$文$\boxed{3}$共通　※2019. 10. 17 大幅訂正

(1)

BC を含む二面の展開図を考えると、縦 $2n$ 、横 n の長方形である。

A から R への最短経路の総数は、縦に $2n$ 回、横に n 回進むから

$\therefore \dfrac{(3n)!}{(2n)!n!} = {}_{3n}C_n$ 通り　……(答)

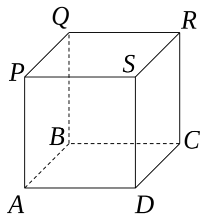


(2)

両端が A でも R でもない辺が、 BC を含め 6 本ある。

これら 6 本の辺のうちいずれかの辺上の点を通り、 A から R へ至る最短経路は、それぞれ ${}_{3n}C_n$ 通りある。

これらの経路のうち、重複するものを調べる。



辺 BC 上の点を通る最短経路と、辺 CD 上の点を通る最短経路のうち、 A から C に至った後、辺 CR に沿って C から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は A から C に至る経路の総数に等しく、 ${}_{2n}C_n$ 通り。

辺 CD 上の点を通る最短経路と、辺 DS 上の点を通る最短経路のうち、辺 AD に沿って A から D に至った後、D から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は、同様に ${}_{2n}C_n$ 通り。

辺 DS 上の点を通る最短経路と、辺 SP 上の点を通る最短経路のうち、 A から S に至った後、辺 SR に沿って S から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は、同様に ${}_{2n}C_n$ 通り。

辺 SP 上の点を通る最短経路と、辺 PQ 上の点を通る最短経路のうち、辺 AP に沿って A から P に至った後、P から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は、同様に ${}_{2n}C_n$ 通り。

辺 PQ 上の点を通る最短経路と、辺 QB 上の点を通る最短経路のうち、 A から Q に至った後、辺 QR に沿って Q から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は、同様に ${}_{2n}C_n$ 通り。

辺 QB 上の点を通る最短経路と、辺 BC 上の点を通る最短経路のうち、辺 AB に沿って A から B に至った後、B から R へ至る経路は重複する。このような経路の総数は、同様に ${}_{2n}C_n$ 通り。

以上により、重複する経路を引いて、求める総数は　$\therefore 6({}_{3n}C_n - {}_{2n}C_n)$ 通り　……(答)