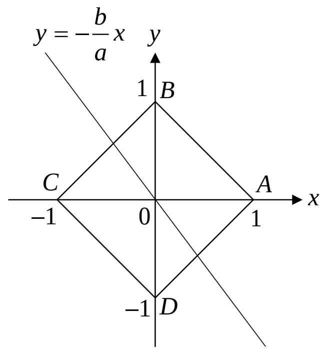
1992 年京大理 $\boxed{1}$

この正八面体の 12 本の辺は、いずれも xy 平面上か yz 平面上か xz 平面上にある。

xy 平面、 yz 平面、 xz 平面それぞれにおいて、平面 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=0$ が交差してできる直線と、

断面の正方形との交点を調べればよい。

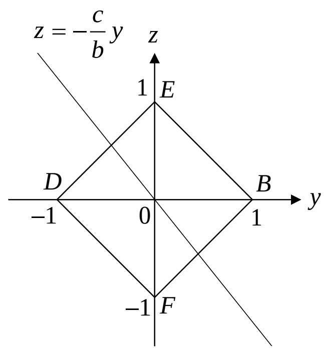


xy 平面において、正方形 $ABCD$ と、直線 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0$ 、 $y=-\dfrac{b}{a}x$ との交点を考える。

交点は、辺 DA 上および辺 BC 上にある。

辺 DA の方程式は $y=x-1$ であり、 $y=-\dfrac{b}{a}x$ との交点は $\left(\dfrac{a}{a+b},\ -\dfrac{b}{a+b},\ 0\right)$

対称性により、辺 BC と $y=-\dfrac{b}{a}x$ との交点は $\left(-\dfrac{a}{a+b},\ \dfrac{b}{a+b},\ 0\right)$

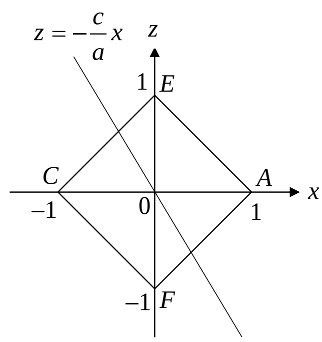


yz 平面において、正方形 $BEDF$ と、直線 $\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=0$ 、 $z=-\dfrac{c}{b}y$ との交点を考える。

交点は、辺 FB 上および辺 ED 上にある。

辺 FB の方程式は $z=y-1$ であり、 $z=-\dfrac{c}{b}y$ との交点は $\left(0,\ \dfrac{b}{b+c},\ -\dfrac{c}{b+c}\right)$

対称性により、辺 ED と $z=-\dfrac{c}{b}y$ との交点は $\left(0,\ -\dfrac{b}{b+c},\ \dfrac{c}{b+c}\right)$



xz 平面において、正方形 $AECF$ と、直線 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{z}{c}=0$ 、 $z=-\dfrac{c}{a}x$ との交点を考える。

交点は、辺 FA 上および辺 EC 上にある。

辺 FA の方程式は $z=x-1$ であり、 $z=-\dfrac{c}{a}x$ との交点は $\left(\dfrac{a}{c+a},\ 0,\ -\dfrac{c}{c+a}\right)$

対称性により、辺 EC と $z=-\dfrac{c}{a}x$ との交点は $\left(-\dfrac{a}{c+a},\ 0,\ \dfrac{c}{c+a}\right)$

以上により、求める座標は

$\left(\pm\dfrac{a}{a+b},\ \mp\dfrac{b}{a+b},\ 0\right),\ \left(0,\ \pm\dfrac{b}{b+c},\ \mp\dfrac{c}{b+c}\right),\ \left(\pm\dfrac{a}{c+a},\ 0,\ \mp\dfrac{c}{c+a}\right)$（複号同順） ……（答）