1993年京大後期文$\boxed{3}$

数学的帰納法で示す。

$a_1=1<\frac{4}{1}$ より、$n=1$ のとき成立。$a_2=\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2}=1<2=\frac{4}{2}$ より、$n=2$ のとき成立。

$n=k\ (k\geqq 2)$ のとき、$a_k\leqq\frac{4}{k}$ と仮定する。

$$a_{k+1}=\frac{1}{2}a_k+\frac{1}{k+1}\leqq\frac{2}{k}+\frac{1}{k+1}\qquad \frac{4}{k+1}-\left(\frac{2}{k}+\frac{1}{k+1}\right)=\frac{3}{k+1}-\frac{2}{k}=\frac{3k-2(k+1)}{k(k+1)}=\frac{k-2}{k(k+1)}\geqq 0$$

$$\therefore a_{k+1}\leqq\frac{2}{k}+\frac{1}{k+1}\leqq\frac{4}{k+1}$$

したがって、$n=k+1$ でも成立。以上により示された。（証明終）