1994年京大文 $\boxed{3}$

S_1の方程式は　$x^2+y^2+(z-1)^2=1$ ——①

S_2の方程式は　$x^2+(y-1)^2+z^2=1$ ——②

①－②より　$2y-2z=0$　$\therefore y=z$　S_1とS_2の共通部分は、平面$y=z$上にある。

$P(a, b, b)$とおけるので　$a^2+b^2+(b-1)^2=1$　$\therefore a^2+2b^2-2b=0$ ——③

$P(a, b, b)$と、平面$x-z=0$との距離は　$\dfrac{|a-b|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{|a-b|}{\sqrt{2}}$

S_0と、平面$x-z=0$が交わってできる円の半径が、$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$であるから

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{|a-b|^2}{2}\quad \frac{|a-b|^2}{2}=\frac{1}{8}\quad |a-b|^2=\frac{1}{4}\quad a-b=\pm\frac{1}{2}\quad \therefore a=b\pm\frac{1}{2}$$

$a=b+\dfrac{1}{2}$のとき

③に代入すると　$b^2+b+\dfrac{1}{4}+2b^2-2b=3b^2-b+\dfrac{1}{4}=0$　$D=1-4\cdot 3\cdot\dfrac{1}{4}=-2<0$　実数解を持たず、不適。

$a=b-\dfrac{1}{2}$のとき

③に代入すると　$b^2-b+\dfrac{1}{4}+2b^2-2b=3b^2-3b+\dfrac{1}{4}=0$　$b=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{6}$　$\therefore a=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

以上により　$\therefore a=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{6},\ b=c=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{6}$　（複号同順）……(答)