1994年京大文 $\boxed{4}$

(1)

Y_{n-1} が 7 で割り切れるとき、n 回目にどの目が出ても、Y_n は 7 で割り切れない。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 1 のとき、n 回目に 6 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 2 のとき、n 回目に 5 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 3 のとき、n 回目に 4 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 4 のとき、n 回目に 3 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 5 のとき、n 回目に 2 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。
Y_{n-1} を 7 で割った余りが 6 のとき、n 回目に 1 が出れば、Y_n は 7 で割り切れる。

すなわち、Y_{n-1} が 7 で割り切れないとき、確率 $\frac{1}{6}$ で Y_n は 7 で割り切れる。

$$\therefore p_n = \frac{1}{6}(1-p_{n-1})$$ ……(答)

(2)

$$p_n - \frac{1}{7} = -\frac{1}{6}\left(p_{n-1} - \frac{1}{7}\right) \qquad p_n - \frac{1}{7} = \left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}\left(p_1 - \frac{1}{7}\right)$$

$p_1 = 0$ であるから　$p_n - \frac{1}{7} = -\frac{1}{7}\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}$　$\therefore p_n = \frac{1}{7}\left\{1-\left(-\frac{1}{6}\right)^{n-1}\right\}$ ……(答)