

1995 年京大後期文 5

B が 2 回目の手続きを終えたとき、場に捨てられた札の枚数が $2X$ である確率を、 $p(X)$ とする。

最初に B が A の持ち札から「0」以外の札を引く確率は $\frac{3}{4}$ 。このとき、 B が 2 回目の手続きをする前に、場には 4 枚の札が捨てられ、 A の持ち札は 2 枚、 B の持ち札は 1 枚になっている。

2 回目の手続きで、 B が A の持ち札から「0」以外の札を引く確率は $\frac{1}{2}$ で、場に 6 枚の札が捨てられる。

2 回目の手続きで、 B が A の持ち札から「0」の札を引く確率は $\frac{1}{2}$ で、場に 4 枚の札が捨てられる。

最初に B が A の持ち札から「0」の札を引く確率は $\frac{1}{4}$ 。

A が 1 回目に B の持ち札から「0」以外の札を引く確率は $\frac{3}{4}$ 。このとき、 B が 2 回目の手続きをする前に、場には 2 枚の札が捨てられ、 A の持ち札は 2 枚、 B の持ち札は 3 枚になっている。

2 回目の手続きで、 B は A の持ち札から必ず「0」以外の札を引くので、場に 4 枚の札が捨てられる。

A が 1 回目に B の持ち札から「0」の札を引く確率は $\frac{1}{4}$ 。このとき、 B が 2 回目の手続きをする前に、場に 0 枚の札が捨てられ、 A の持ち札は 4 枚、 B の持ち札は 3 枚で変わらない。

2 回目の手続きで、 B が A から「0」以外の札を引く確率は $\frac{3}{4}$ で、場に 2 枚の札が捨てられる。

2 回目の手続きで、 B が A から「0」の札を引く確率は $\frac{1}{4}$ で、場に 0 枚の札が捨てられる。

以上により

$$p(0) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \quad p(1) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64} \quad p(2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \quad p(3) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

確率変数の分布は下の通り。

| | | | | |
|--------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $P(X)$ | $\frac{1}{64}$ | $\frac{3}{64}$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{3}{8}$ |