

(1)

進む方向を時計回りとし、出発点から順に、各点に1から n まで番号をつける。

最初の1周において、番号1の点から出発し、番号 m ($3 \leq m \leq n$) の点に止まる確率を a_m とすると

$$a_m = \frac{1}{2}a_{m-1} + \frac{1}{2}a_{m-2} \quad a_m + \frac{1}{2}a_{m-1} = a_{m-1} + \frac{1}{2}a_{m-2}$$

$a_m + \frac{1}{2}a_{m-1}$ は一定であり、 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ であるから

$$a_m + \frac{1}{2}a_{m-1} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad a_m - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} \left(a_{m-1} - \frac{2}{3} \right)$$

$$a_m - \frac{2}{3} = \left(-\frac{1}{2} \right)^{m-3} \left(a_3 - \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{12} \left(-\frac{1}{2} \right)^{m-3} = \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^{m-1} \quad \therefore a_m = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^{m-1} \quad m=2 \text{ でも成立。}$$

最初の1周において出発点を跳び越すには、番号 n の点に止まって裏が出ればよいから、

求める確率は $\therefore p_n = \frac{1}{2}a_n = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^n \dots\dots$ (答)

(2)

1周目は、出発点を跳び越して番号2の点に止まる。この確率は $p_n = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^n$

2周目は、番号2の点を出発して番号1の点に止まる。この確率は $a_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2} \right)^n$

$$\therefore r_n = p_n a_n = \frac{2}{9} \left\{ 1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^n \right\}^2 \dots\dots$$
 (答)

※(1)は理系後期 [6] と共通。