1997年京大後期理$\boxed{1}$文$\boxed{1}$共通

$C_{p,\,q}$の頂点$(p,\,q)$は、C_1上の点であるから　$\therefore q = p^2$

$x^2 = a(x-p)^2 + p^2$とすると

$(a-1)x^2 - 2apx + (a+1)p^2 = (x-p)\{(a-1)x-(a+1)p\} = 0$

$C_{p,\,q}$とC_1の2つの交点のうち、$C_{p,\,q}$の頂点でない方のx座標は、$x = \dfrac{a+1}{a-1}p$である。

$x = \dfrac{a+1}{a-1}p$における、$C_{p,\,q}$とC_1の接線が直交するから、$2x \cdot 2a(x-p) = -1$に代入すると

$$4a \cdot \frac{a+1}{a-1}p\left(\frac{a+1}{a-1}p - p\right) = \frac{8a(a+1)p^2}{(a-1)^2} = -1 \quad \therefore p^2 = -\frac{(a-1)^2}{8a(a+1)}$$

$a \neq 1$であるから、$(a-1)^2 > 0$であり、このように表される実数pが存在するためには

$a(a+1) < 0$　$\therefore -1 < a < 0$　……(答)