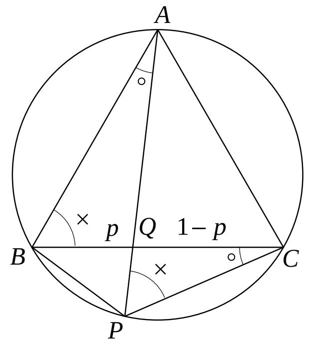
2000年京大理$\boxed{1}$文$\boxed{1}$共通



正三角形ABCの一辺の長さを1としても、一般性を失わない。
BCとAPの交点をQとすると、$BQ=p,\ QC=1-p$である。

$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$であるから、余弦定理より

$$AQ^2=1^2+p^2-2\cdot 1\cdot p\cos\frac{\pi}{3}=1-p+p^2 \qquad \therefore AQ=\sqrt{1-p+p^2}$$

円周角の定理より、$\angle PCQ=\angle BAQ,\ \angle CPQ=\angle ABQ$であるから

$\therefore \triangle ABQ \backsim \triangle CPQ$

$AQ:CQ=BQ:PQ$より　$PQ=\dfrac{BQ\cdot CQ}{AQ}=\dfrac{p-p^2}{\sqrt{1-p+p^2}}$

$$\therefore AP=AQ+PQ=\sqrt{1-p+p^2}+\frac{p-p^2}{\sqrt{1-p+p^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-p+p^2}} \qquad \therefore \frac{AP}{AQ}=\frac{1}{1-p+p^2}$$

$\overrightarrow{AQ}=(1-p)\overrightarrow{AB}+p\overrightarrow{AC}$ であるから　$\therefore \overrightarrow{AP}=\dfrac{AP}{AQ}\cdot\overrightarrow{AQ}=\dfrac{1-p}{1-p+p^2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{p}{1-p+p^2}\overrightarrow{AC}$ ……(答)