

2001 年京大文 ①

$f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - (a+2)x - a - 3$ とする。 b を実数とし、 $x = bi$ が $f(x) = 0$ の解であるとき

$$f(bi) = b^4 + b^3i - b^2 - (a+2)bi - a - 3 = b^4 - b^2 - a - 3 + b(b^2 - a - 2)i = 0$$

$$b^4 - b^2 - a - 3 = 0 \quad \text{---①} \quad b(b^2 - a - 2) = 0 \quad \text{---②}$$

②より、 $b = 0$ または $b^2 - a - 2 = 0$ であるから

$$b = 0 \text{ のとき } \text{①より } -a - 3 = 0 \quad \therefore a = -3$$

$b^2 - a - 2 = 0$ のとき $a = b^2 - 2$ を①に代入すると

$$b^4 - b^2 - (b^2 - 2) - 3 = b^4 - 2b^2 - 1 = \{b^2 - (1 - \sqrt{2})\}\{b^2 - (1 + \sqrt{2})\} = 0$$

$$b^2 > 0 \text{ であるから } b^2 = 1 + \sqrt{2} \quad \therefore a = -1 + \sqrt{2}$$

以上により $\therefore a = -3, -1 + \sqrt{2} \dots\dots$ (答)