2001 年京大文 $\boxed{4}$

すべての $k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ について　$-1<S-a_k<1$　$a_k-1<S<a_k+1$

$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_n$ であるから　$a_n-1<S<a_1+1$　$\therefore a_n-a_1<2$ ——①

$-1<S-a_k<1$ について、各辺の $k=1$ から $k=n$ までの和をとると

$$-n<nS-(a_1+a_2+\cdots+a_n)<n \quad -n<(n-1)S<n \quad \therefore -1-\frac{1}{n-1}<S<1+\frac{1}{n-1}$$

$n \geqq 2$ であるから　$\therefore -2<S<2$ ——②

$a_n \geqq 2$ と仮定する。このとき、①より $a_1>0$ であり、$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$ はすべて正である。

$a_n \geqq 2$ より $S>2$ であるから、②に反する。したがって $a_n<2$ である。

$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_n$ であるから、$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ について、$a_k<2$ が成り立つ。

$a_1 \leqq -2$ と仮定する。このとき、①より $a_n<0$ であり、$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_n$ はすべて負である。

$a_1 \leqq -2$ より $S<-2$ であるから、②に反する。したがって $-2<a_1$ である。

$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_n$ であるから、$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ について、$-2<a_k$ が成り立つ。

以上により、$k=1,\ 2,\ \cdots,\ n$ について　$-2<a_k<2$　$\therefore |a_k|<2$　（証明終）