

2001 年京大後期理Ⅰ

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2xz + 2yz = x^2 - 2(y+z)x + 2y^2 + 2yz + 2z^2 = (x-y-z)^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$x, y, z$  は正の整数であり、5 より小さい正の平方数は1と4のみであるから

$y^2 = z^2 = 1$  のとき  $(x-y-z)^2 = 3$  となり、 $x-y-z = \pm\sqrt{3}$  は整数ではないから、不適。

$y^2 = 1, z^2 = 4$  のとき  $(x-y-z)^2 = 0$  より  $x-y-z=0$   $x=y+z$   $\therefore (x, y, z) = (3, 1, 2)$

$y^2 = 4, z^2 = 1$  のとき 同様に  $\therefore (x, y, z) = (3, 2, 1)$

$y^2 = z^2 = 4$  のとき  $y^2 + z^2 = 8 > 5$  であるから、不適。

以上により  $\therefore (x, y, z) = (3, 1, 2), (3, 2, 1)$  ……(答)