2001年京大理 $\boxed{2}$

$f(x)=x^5+x^4-x^3+x^2-(a+1)x+a$ とする。b を実数とし、$x=bi$ が $f(x)=0$ の解であるとき

$$f(bi)=b^5i+b^4+b^3i-b^2-(a+1)bi+a=b^4-b^2+a+b(b^4+b^2-a-1)i=0$$

$$b^4-b^2+a=0 \quad \text{——①} \qquad b(b^4+b^2-a-1)=0 \quad \text{——②}$$

②より、$b=0$ または $b^4+b^2-a-1=0$ であるから

$b=0$ のとき　①より　$\therefore a=0$

$b^4+b^2-a-1=0$ のとき　$a=b^4+b^2-1$ を①に代入すると

$$b^4-b^2+(b^4+b^2-1)=2b^4-1=2\left(b^2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(b^2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=0$$

$b^2>0$ であるから　$b^2=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　$\therefore a=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-1=\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$

以上により　$\therefore a=0,\ \dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ……(答)