

2002 年京大文 5

$$1 < a < b < c \text{ より } 1+a < 1+b < 1+c \quad a+b < a+c < b+c$$

$1+b < a+b$ 、 $1+c < a+c$ であるので、条件により

$$(1+b)-(1+a)=b-a=1 \quad (b+c)-(a+c)=b-a=1 \quad \therefore b=a+1$$

i) $a+b < 1+c$ のとき

$$1+a < 1+b < a+b < 1+c < a+c < b+c \quad 1+a < 2+a < 2a+1 < 1+c < a+c < a+c+1$$

$$(2a+1)-(2+a)=a-1=1 \quad \therefore a=2 \quad \text{これは } 1 < a \text{ を満たすので } \therefore b=3$$

$$(1+c)-(2a+1)=c-4=1 \quad \therefore c=5$$

$1+a=3, 1+b=4, a+b=5, 1+c=6, a+c=7, b+c=8$ であり、確かに条件を満たす。

ii) $a+b > 1+c$ のとき

$$1+a < 1+b < 1+c < a+b < a+c < b+c \quad 1+a < 2+a < 1+c < 2a+1 < a+c < a+c+1$$

$$(1+c)-(2+a)=c-a-1=1 \quad (a+c)-(2a+1)=c-a-1=1 \quad \therefore c=a+2 \quad \text{---①}$$

$$(2a+1)-(1+c)=2a-c=1 \quad \therefore c=2a-1 \quad \text{---②}$$

①、②より $\therefore a=3, c=5$ したがって $\therefore b=4$

$1+a=4, 1+b=5, 1+c=6, a+b=7, a+c=8, b+c=9$ であり、確かに条件を満たす。

iii) $a+b=1+c$ のとき

$$c=a+b-1=2a \quad 1+a < 2+a < 2a+1 < 3a < 3a+1$$

$$(2a+1)-(2+a)=a-1=1 \quad 3a-(2a+1)=a-1=1 \quad \therefore a=2 \quad \therefore b=3, c=4$$

$1+a=3, 1+b=4, a+b=1+c=5, a+c=6, b+c=7$ であり、確かに条件を満たす。

以上により $\therefore (a, b, c) = (2, 3, 4), (2, 3, 5), (3, 4, 5) \dots\dots$ (答)

※6つの整数に重複が許されることに注意。