2002 年京大理 $\boxed{1}$

$n=1$ のとき　$-a_2=S_1=a_1$ より　$\therefore a_2=-a_1=-1$
$n=2$ のとき　$0=S_2=a_1+a_2$ は確かに成立。

$n \geqq 2$ のとき　$S_n-S_{n-1}=n(n-2)a_{n+1}-(n-1)(n-3)a_n=a_n$

$$n(n-2)a_{n+1}=(n^2-4n+3+1)a_n=(n-2)^2a_n$$

$n \geqq 3$ のとき　$na_{n+1}=(n-2)a_n$　$\therefore n(n-1)a_{n+1}=(n-1)(n-2)a_n$

$(n-1)(n-2)a_n$ は一定であるから　$(n-1)(n-2)a_n=2a_3$　$\therefore a_n=\dfrac{2a_3}{(n-1)(n-2)}=2a_3\left(\dfrac{1}{n-2}-\dfrac{1}{n-1}\right)$ $(n \geqq 3)$

$$S_n=2a_3\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}\right)\right\}=2a_3\left(1-\frac{1}{n-1}\right)$$

$\lim_{n\to\infty}S_n=2a_3=1$ より　$\therefore a_3=\dfrac{1}{2}$

このとき　$S_n=1-\dfrac{1}{n-1}=\dfrac{n-2}{n-1}$　$n(n-2)a_{n+1}=n(n-2)\cdot\dfrac{1}{n(n-1)}=\dfrac{n-2}{n-1}$　確かに $n(n-2)a_{n+1}=S_n$ が成立。

以上により　$\therefore a_1=1,\ a_2=-1,\ a_n=\dfrac{1}{(n-1)(n-2)}$ $(n \geqq 3)$　……(答)