

2003 年京大文 [2]

(1)

$$x^2 + x = kx + k - 1 \quad x^2 - (k-1)x - (k-1) = 0 \quad \text{--- ①}$$

2 次方程式①が、相異なる 2 つの実数解を持つから

$$D = (k-1)^2 + 4(k-1) = (k-1)(k+3) > 0 \quad \therefore k < -3, 1 < k \quad \dots\dots (\text{答})$$

(2)

①の相異なる 2 つの実数解を、 α, β ($\alpha < \beta$) とすると $S = \frac{(\beta - \alpha)^3}{6}$

2 点 P, Q の、 x 座標の差は $\beta - \alpha$ 、 y 座標の差は $|k|(\beta - \alpha)$ であるから

$$L^2 = (\beta - \alpha)^2(1 + k^2) \quad L^3 = (\beta - \alpha)^3(1 + k^2)^{\frac{3}{2}} \quad \therefore \frac{S}{L^3} = \frac{1}{6(1 + k^2)^{\frac{3}{2}}}$$

(1) より、 $k^2 > 1$ であるから $0 < \frac{S}{L^3} < \frac{1}{6 \cdot 2^{\frac{3}{2}}} \quad \therefore 0 < \frac{S}{L^3} < \frac{\sqrt{2}}{24} \quad \dots\dots (\text{答})$

