2003年京大理 $\boxed{1}$

$n \geqq 2$ のとき、$\log a_n - \log a_{n-1} = \log(n-1) - \log(n+1)$ より

$$\log\frac{a_n}{a_{n-1}} = \log\frac{n-1}{n+1} \qquad \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n-1}{n+1} \qquad (n+1)a_n = (n-1)a_{n-1} \qquad \therefore (n+1)n\,a_n = n(n-1)\,a_{n-1}$$

数列 $\{(n+1)n\,a_n\}$ は定数列であるから

$$(n+1)n\,a_n = 2\cdot 1\cdot a_1 = 2 \qquad \therefore a_n = \frac{2}{n(n+1)} = 2\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{n} a_k = 2\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right\} = 2\left(1-\frac{1}{n+1}\right) \quad \cdots\cdots (答)$$

$n=1$ でも成立する。