2003年京大理$\boxed{6}$

各チームを、[1], [2], $\cdots$, [n] と表すことにする。

全試合数は ${}_nC_2=\dfrac{n(n-1)}{2}$ であり、すべての勝敗の組合せは、$2^{\frac{n(n-1)}{2}}$ 通り。

[1] が全勝し、[2], [3] が $(n-2)$ 勝1敗だとすると、[2], [3] は、[1] にだけ敗れたことになる。
ところが、[2], [3] の直接対戦では、どちらかが必ず敗れるから、矛盾する。
したがって、全勝のチームはなく、いずれか2チームが $(n-2)$ 勝1敗で、他のチームは2敗以上でなければならない。

$(n-2)$ 勝1敗の2チームの選び方は、${}_nC_2=\dfrac{n(n-1)}{2}$ 通り。

[1], [2] が $(n-2)$ 勝1敗だとする。[1], [2] の直接対戦で、どちらが勝つかが2通り。
[1], [2] の直接対戦の勝者に、[3], [4], $\cdots$, [n] のいずれかが勝つので、選び方が $(n-2)$ 通り。

[3] が、[1], [2] の直接対戦の勝者に勝ったとする。[3] は、[1], [2] の直接対戦の敗者に負けて、
[4], $\cdots$, [n] のいずれかに、少なくとも1敗するので、[3] の勝敗の組合せは、$2^{n-3}-1$ 通り。

[4], $\cdots$, [n] は、[1], [2] に敗れて少なくとも2敗している。

[4], $\cdots$, [n] のうちの2チームの対戦が ${}_{n-3}C_2=\dfrac{(n-3)(n-4)}{2}$ 通りあり、これらの勝敗は任意。

以上により、求める確率は

$$\frac{1}{2^{\frac{n(n-1)}{2}}}\cdot\frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot(n-2)\cdot(2^{n-3}-1)\cdot 2^{\frac{(n-3)(n-4)}{2}}$$

$$=\frac{1}{2^{\frac{n(n-1)-(n-3)(n-4)}{2}}}\cdot n(n-1)(n-2)(2^{n-3}-1)=\frac{n(n-1)(n-2)(2^{n-3}-1)}{2^{\frac{6n-12}{2}}}=\frac{n(n-1)(n-2)(2^{n-3}-1)}{2^{3n-6}}$$

$$=n(n-1)(n-2)\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-3}-\left(\frac{1}{2}\right)^{3n-6}\right\}\quad\cdots\cdots(答)$$

$n=3$ のとき、ちょうど2チームが1勝1敗になることはあり得ないので、$n=3$ でも成立。