2004年京大後期理$\boxed{2}$

$\alpha = x + yi$ とおくと　$(1+i)t+1+\alpha = (t+x+1)+(t+y)i$

$|(1+i)t+1+\alpha|^2 = (t+x+1)^2 + (t+y)^2 = 2t^2 + 2(x+y+1)t + (x+1)^2 + y^2 \leqq 1$

$\therefore 2t^2 + 2(x+y+1)t + x^2 + y^2 + 2x \leqq 0$ ——①

①を満たす実数tが存在する条件は、$2t^2+2(x+y+1)t+x^2+y^2+2x=0$が実数解を持つことである。

$D/4 = (x+y+1)^2 - 2(x^2+y^2+2x) = x^2+y^2+1+2x+2y+2xy-2x^2-2y^2-4x$

$= -x^2+2xy-y^2+2y-2x+1 = -(y-x)^2+2(y-x)+1 \geqq 0$

$(y-x)^2 - 2(y-x) - 1 \leqq 0$　$1-\sqrt{2} \leqq y-x \leqq 1+\sqrt{2}$　$\therefore x+1-\sqrt{2} \leqq y \leqq x+1+\sqrt{2}$

図示すると右図の通りで、境界線を含む。