2005 年京大後期理 $\boxed{6}$

まず n 枚の 100 円玉と n 枚の 500 円玉を投げて、最後に 1 枚の 500 円玉を投げると考えても同じである。

n 枚の 100 円玉と n 枚の 500 円玉を投げる事象を考える。
100 円玉と 500 円玉の表が出た枚数が同じ確率を p_n 、表が出た枚数が 500 円玉の方が多い確率を q_n とする。

対称性により、 q_n は、100 円玉と 500 円玉の表が出た枚数が異なる確率の $\frac{1}{2}$ であるから

$$q_n = \frac{1-p_n}{2} \quad \therefore p_n + 2q_n = 1 \text{ ——①}$$

n 枚の 100 円玉と n 枚の 500 円玉を投げて表が出た枚数が同じであったとき
1 枚の 500 玉を投げて表が出れば、表が出た枚数は 500 円玉の方が多くなる。

n 枚の 100 円玉と n 枚の 500 円玉を投げて表が出た枚数が 500 円玉の方が多かったとき
1 枚の 500 玉を投げて表、裏のどちらが出ても、表が出た枚数は 500 円玉の方が多くなる。

n 枚の 100 円玉と n 枚の 500 円玉を投げて表が出た枚数が 100 円玉の方が多かったとき
1 枚の 500 玉を投げて表、裏のどちらが出ても、表が出た枚数は同じか、100 円玉の方が多くなる。

求める確率は、 p_n, q_n を用いて $\frac{1}{2}p_n + q_n$ と表されるから、①より　$\therefore \frac{1}{2}p_n + q_n = \frac{1}{2}$ ……(答)

※1981 年東大文 $\boxed{2}$ に、 $n=3$ のときの類題あり。

小さい n について計算してみて、一定であることに気づくかどうか。
二項係数を用いて計算するのは現実的ではない。