

2005 年京大後期理 ② 文 ② 共通

$$\frac{2z+2i}{z+2i} = \bar{z} \text{ より } 2z+2i = z\bar{z} + 2\bar{z}i = |z|^2 + 2\bar{z}i \quad |z|^2 = 2z+2i-2\bar{z}i \quad \text{---①}$$

①の左辺は実数であるから、右辺の虚数部が 0 になる。 $z = a + bi$ とおくと

$$2z+2i-2\bar{z}i = 2a+2bi+2i-2(a-bi)i = 2a+(2b+2)i-2ai-2b = 2(a-b)+2(b-a+1)i$$

$$b-a+1=0 \quad \therefore b=a-1$$

$$|z|^2 = a^2 + b^2 = a^2 + (a-1)^2 = 2a^2 - 2a + 1 = 2 \quad 2a^2 - 2a - 1 = 0 \quad a = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

求める z は $\therefore z = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2} + \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}i$ (複号同順) ……(答)