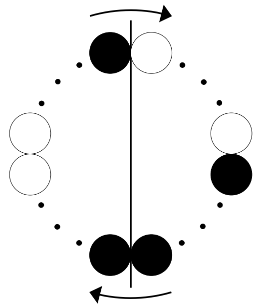
2006年京大文 $\boxed{5}$



輪状に並べた$2n$個の玉を、右図のようにn個ずつに区切る。
区切りの右側にある白玉の個数を$k+m$、左側にある白玉の個数を$k-m$とする。
ただし、$-k \leqq m \leqq k$である。

$m=0$であれば、題意を満たす。

$m \neq 0$のとき、次の操作を考える。
輪状に並べた玉を、配置を保ったまま、玉1個分、時計回りに回転させる。
この操作をn回行うと、区切りの右側にある白玉の個数は$k-m$、左側にある白玉の個数を$k+m$である。
この操作を1回行う毎に、区切りの右側にある白玉の個数は、1個増えるか、1個減るか、変わらないか、いずれかである。すなわち、1回の操作で、区切りの右側にある白玉の個数は、2個以上増減しない。
区切りの右側にある白玉の個数は、操作開始前は$k+m$個、n回の操作後には$k-m$であるから、
途中で、区切りの右側にある白玉の個数は、必ずk個になっている。
すなわち、左右どちらの組も、白玉k個、黒玉$n-k$個になっている。

以上により、題意は示された。(証明終)