2007年京大理甲$\boxed{3}$乙$\boxed{3}$文$\boxed{3}$共通

$a+b+c+d=0$ より　$d=-a-b-c$　$ad-bc+p=0$ に代入すると

$-a(a+b+c)-bc+p=0$　$p=a^2+ab+ca+bc=a^2+(b+c)a+bc=(a+b)(a+c)$

$\therefore (a+b)(a+c)=p$

$a \geqq b \geqq c \geqq d$ より　$a+b \geqq a+c$

p は3以上の素数であるから、$(a+b,\ a+c)=(p,\ 1),\ (-1,\ -p)$ に限られる。

$a+b=p,\ a+c=1$ のとき　$b=p-a,\ c=1-a$ であるから　$d=-a-(p-a)-(1-a)=a-p-1$

$a \geqq b$ より　$a \geqq p-a$　$2a \geqq p$　$\therefore a \geqq \dfrac{p}{2}$ ——①

$c \geqq d$ より　$1-a \geqq a-p-1$　$p+2 \geqq 2a$　$\therefore \dfrac{p}{2}+1 \geqq a$ ——②

①、②より $\dfrac{p}{2} \leqq a \leqq \dfrac{p}{2}+1$ であり、p は奇数であるから、これを満たす整数 a は　$\therefore a=\dfrac{p+1}{2}$

したがって　$\therefore b=p-\dfrac{p+1}{2}=\dfrac{p-1}{2},\ c=1-\dfrac{p+1}{2}=-\dfrac{p-1}{2},\ d=\dfrac{p+1}{2}-p-1=-\dfrac{p+1}{2}$

$a+b=-1,\ a+c=-p$ のとき　$b=-1-a,\ c=-p-a$ であるから　$d=-a-(-1-a)-(-p-a)=a+p+1$

$a \geqq b$ より　$a \geqq -1-a$　$2a \geqq -1$　$\therefore a \geqq -\dfrac{1}{2}$ ——③

$c \geqq d$ より　$-p-a \geqq a+p+1$　$-2p-1 \geqq 2a$　$\therefore -p-\dfrac{1}{2} \geqq a$ ——④

ところが、$-p-\dfrac{1}{2}<-\dfrac{1}{2}$ であるから、③と④を同時に満たす a は存在しない。

以上により　$\therefore a=\dfrac{p+1}{2},\ b=\dfrac{p-1}{2},\ c=-\dfrac{p-1}{2},\ d=-\dfrac{p+1}{2}$ ……(答)