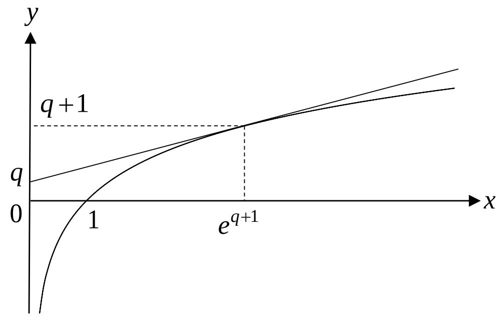
2008年京大理甲$\boxed{1}$乙$\boxed{1}$共通

$y=\log x$ 上の点 $(t,\ \log t)$ $(t>0)$ における接線は　$y=\dfrac{1}{t}(x-t)+\log t=\dfrac{1}{t}x+\log t-1$

この接線が点 $(0,\ q)$ を通るとき　$q=\log t-1$　$\log t=q+1$　$\therefore t=e^{q+1}$

点 $(0,\ q)$ から $y=\log x$ に引いた接線の接点は $(e^{q+1},\ q+1)$ であり、傾きは $\dfrac{1}{e^{q+1}}$ である。



$y=\log x$ は、$y''=-\dfrac{1}{x^2}<0$ より上に凸である。

切片が q である直線が、$y=\log x$ と共有点を持たない条件は、

傾きが $\dfrac{1}{e^{q+1}}$ より大きいことである。

$y=\log x$ は y 軸と交差せず、切片 q の値に制限はないから

$\therefore p>e^{-q-1}$ ……(答)

(注)

または、$p>0$ の条件下で　$\log p>-q-1$　$\therefore q>-\log p-1$