2009年京大文$\boxed{1}$

問1

$\overrightarrow{AB}=(2,\ 1,\ -1)$であり、直線$AB$上の点は$\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2t-1\\t\\-t\end{pmatrix}$と表せる。

$H(2t-1,\ t,\ -t)$とすると、$\overrightarrow{CH}=(2t-3,\ t-3,\ -t-3)$であり、$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CH}=0$より

$$2(2t-3)+t-3+t+3=6t-6=0 \qquad \therefore t=1$$

求めるHの座標は　$\therefore (1,\ 1,\ -1)$ ……(答)

問2

$1\leqq k\leqq n$とする。k回目の試行を行う前、袋には、白玉2個、赤玉k個が入っている。

k回目の試行において、玉の取り出し方は${}_{k+2}C_2=\dfrac{(k+2)(k+1)}{2}$通りで、成功する取り出し方は1通り。

$1\leqq k\leqq n-1$のとき、k回目の試行で失敗する確率は、余事象より

$$1-\frac{2}{(k+2)(k+1)}=\frac{(k+2)(k+1)-2}{(k+2)(k+1)}=\frac{k^2+3k}{(k+2)(k+1)}=\frac{k(k+3)}{(k+2)(k+1)}$$

$n-1$回目まで失敗する確率は　$\dfrac{1\cdot 4}{3\cdot 2}\cdot\dfrac{2\cdot 5}{4\cdot 3}\cdot\dfrac{3\cdot 6}{5\cdot 4}\cdots\cdots\dfrac{(n-1)(n+2)}{(n+1)n}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{n+2}{n}$

k回目の試行で成功する確率は、$\dfrac{2}{(n+2)(n+1)}$であるから、求める確率は

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{n+2}{n}\cdot\frac{2}{(n+2)(n+1)}=\frac{2}{3n(n+1)} \quad \cdots\cdots(\text{答})$$

※問2は理系甲$\boxed{1}$と共通。